

## **Chapitre II**

### **LA LOGIQUE FLOUE**

## II. La logique floue

### II. 1 Introduction

La logique floue (en anglais *fuzzy logic*) est de grande actualité aujourd'hui. En réalité elle existait déjà depuis longtemps et nous pouvons diviser son histoire de développement en trois étapes [15].

Ce sont les paradoxes logiques et les principes de l'incertitude d'Heisenberg qui ont conduit au développement de la "*logique à valeurs multiples*" ou "*logique floue*" dans les années 1920 et 1930. En 1937, le philosophe Max Black a appliqué la logique continue, qui se base sur l'échelle des valeurs vraies  $\{0, 1/2, 1\}$  pour classer les éléments ou symboles.

Les bases théoriques de la logique floue ont été établies en 1965 par le professeur Lofti Zadeh dans son article "*fuzzy set*" [16]. A cette époque, la théorie de la logique floue n'a pas été prise au sérieux. En effet, les ordinateurs, avec leur fonctionnement exact par tout ou rien (1 ou 0), ont commencé à se répandre sur une grande échelle. Par contre, la logique floue permettait de traiter des variables non exactes dont la valeur peut varier entre 1 et 0. Initialement, cette théorie a été appliquée dans des domaines non-techniques, comme le commerce, la jurisprudence ou la médecine, dans le but de compléter les systèmes experts et afin de leur donner l'aptitude de prise de décision.

Des 1975, on trouve les premières applications au niveau des systèmes de réglage. A partir de 1985 environ, ce sont les Japonais qui commencent à utiliser la logique floue dans des produits industriels pour résoudre des problèmes de réglage et de commande. Tout récemment, en Europe et en Amérique du Nord, une intense activité de recherche a débuté afin d'introduire le principe du réglage par logique floue.

### II. 2 Domaines d'application

Les systèmes flous ont été utilisés dans une large variété d'applications industrielles, gestionnaires et médicales. Parmi ses applications on peut citer :

- Systèmes audio-visuels (appareils de photos autofocus, caméscope à stabilisateur d'images, photocopieurs, ...) ;
- Appareils électroménagers (lave-linge, aspirateurs, autocuiseurs, ...etc.) ;
- Systèmes autonomes mobiles ;
- Systèmes de transport (train, métro, ascenseur, ...) ;
- Systèmes de conditionnement d'ambiance ;
- Systèmes de décision, diagnostic, reconnaissance ;
- Systèmes de contrôle/commande dans la plupart des domaines industriels de production, transformation, traitement de produit et déchet ;
- Systèmes d'autoroute automatisés : direction automatique, freinage et contrôle de la manette des gaz pour les véhicules ;
- Robotique : contrôle de la place et organisation de chemin ;
- Produits de consommation courante [17].

## II.3 Notion de base de la logique floue

Cette section n'a pas pour but de donner un état de lieux complet de la logique floue, mais uniquement fournir les quelques notions de base de la logique floue d'une manière abrégée.

### II.3.1 Ensembles flous

Dans la théorie des ensembles conventionnels, une chose appartient ou n'appartient pas à un certain ensemble.

Toutefois, dans la réalité, il est rare de rencontrer des choses dont le statut est précisément défini. Par exemple, où est exactement la différence entre une personne grande et une autre de grandeur moyenne? C'est à partir de ce genre de constatation que Zadeh a développé sa théorie. Il a défini les ensembles flous comme étant des termes Linguistiques du genre: zéro, grand, négatif, petit ... Ces termes existent aussi dans les ensembles conventionnels.

Cependant, ce qui différencie ces deux théories sur les ensembles provient des limites des ensembles. Dans les ensembles flous, il est permis qu'une chose appartienne partiellement à un certain ensemble; ceci s'appelle le degré d'appartenance. Dans les ensembles conventionnels, le degré d'appartenance est 0 ou 1 alors que dans la théorie des ensembles flous, le degré d'appartenance peut varier entre 0 et 1 (on parle alors de fonction d'appartenance  $\mu$ ). Un exemple simple d'ensembles flous est la classification des personnes selon leur âge en trois ensembles: jeune, moyen et vieux. La façon d'établir cette classification est présentée à la figure II.1.

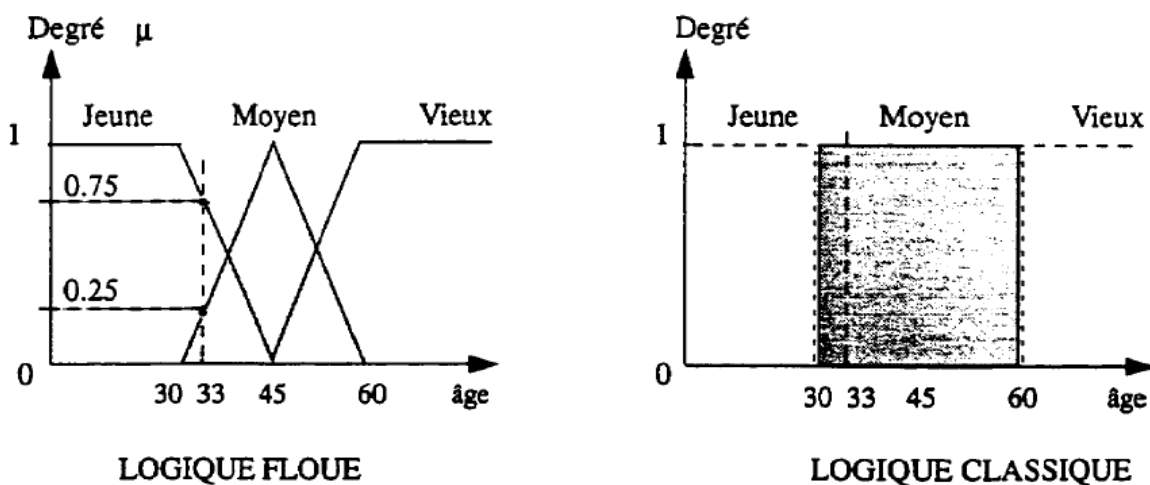


Figure II.1 Classification des humains sur leur âge

La figure (II.2) montre que les limites entre ces trois groupes ne varient pas soudainement, mais progressivement. Par exemple, une personne de 33 ans appartient à l'ensemble "jeune" avec une valeur 0.75 de la *fonction d'appartenance* et à l'ensemble "Moyen" avec une valeur  $\mu = 0.25$ .

La figure (II.1) donne donc le *degré d'appartenance* d'une personne, selon son âge, à un certain *ensemble flou*. Pour cette raison, ce type de figure s'appelle une fonction d'appartenance.

On peut ainsi résumer la terminologie dans l'illustration suivante :

- Variable linguistique : Âge
- Valeur d'une variable linguistique : Jeune, Moyen, Vieux, ...
- Ensembles flous : "jeune", "Moyen", "Vieux", ...
- Plage de valeurs : (0, 30, 45, 60, ...)
- Fonction d'appartenance :  $\mu_E(x) = a$  ( $0 \leq a \leq 1$ )
- Degré d'appartenance :  $a$

### II.3.2 Une comparaison avec la logique classique

A partir des notions précédentes nous pouvons constater que la logique classique est un cas particulier de la logique floue, autrement dire, la logique floue est une extension de la logique classique.

### II.3.3 Différentes formes pour les fonctions d'appartenance

Un ensemble flou est défini par sa fonction d'appartenance qui correspond à la notion de fonction caractéristique en logique classique, elle permet de mesurer le degré d'appartenance d'un élément à l'ensemble flou. En toute généralité, une fonction d'appartenance d'un ensemble flou est désignée par  $\mu_{AX}$ . L'argument  $x$  se rapporte à la variable caractérisée, alors que l'indice  $A$  indique l'ensemble concerné.

En générale, on utilise pour les fonctions d'appartenance trois formes géométriques : trapézoïdale, triangulaire et de cloche. Les deux premières formes sont les plus souvent employées en raison de leur simplicité. L'allure de la forme trapézoïdale est complètement définie par quatre points  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$  (fig. II.2). Le triangle peut être considéré comme un cas spécial du trapèze lorsque deux points coïncident ( $P_2=P_3$ ). Même la forme rectangulaire (pour représenter la logique classique) est comprise dans le trapèze si ( $P_1$ ,  $P_2$ ) et ( $P_3$ ,  $P_4$ ) se trouvent sur une verticale [18].

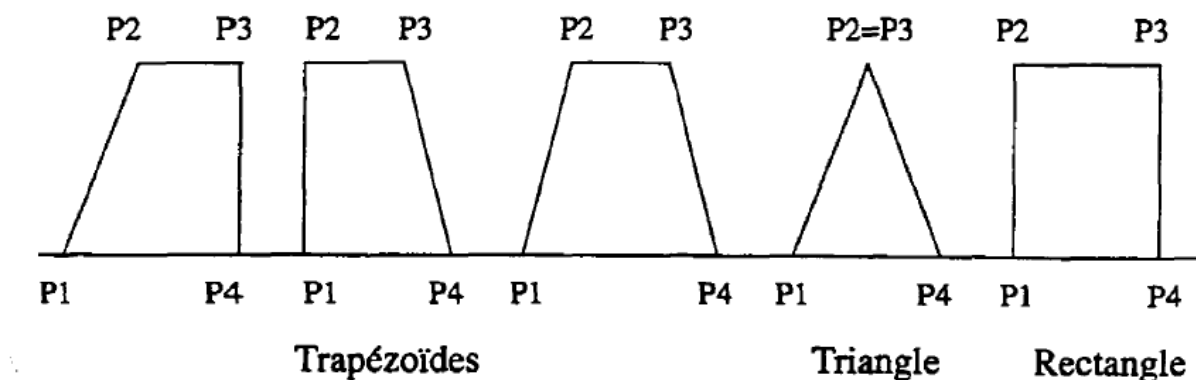


Figure II.2 Fonctions d'appartenance de forme trapézoïdale avec deux cas spéciaux

### II.3.4 Variables linguistiques

Le concept des variables linguistiques joue un rôle important dans le domaine de la logique floue. Une variable linguistique comme son nom le suggère, est une variable définie à base de mots ou des phrases au lieu des nombres. En effet, la description d'une certaine situation, d'un phénomène ou d'un procédé contient en général des expressions floues comme "quelque, beaucoup, souvent, chaud, froid, rapide, lent, grand, petit ...etc". Ce genre d'expressions forme ce qu'on appelle des variables linguistiques de la logique floue [17]

### II.3.5 Opérateurs de la logique floue

Une fois les ensembles flous définis, des mathématiques concernant ce type d'ensemble ont été développées. Les mathématiques élaborées ressemblent beaucoup à celles reliées à la théorie des ensembles conventionnels. Les opérateurs d'union, d'intersection et de négation existent pour les deux types d'ensemble. Les opérateurs habituels, soit l'addition, la soustraction, la division et la multiplication de deux ou plusieurs ensembles flous existent aussi. Toutefois, ce sont les deux opérateurs d'union et d'intersection qu'on utilise le plus souvent dans la commande par la logique floue.

#### · Opérateur NON

$$c = \bar{a} = \text{NON}(a) \quad (\text{II.1})$$

$$\mu_c(x) = 1 - \mu_a(x) \quad (\text{II.2})$$

#### · Opérateur ET

L'opérateur ET correspond à l'intersection de deux ensembles  $a$  et  $b$  et on écrit :

$$c = a \cap b \quad (\text{II.3})$$

Dans le cas de la logique floue, l'opérateur ET est réalisé dans la plupart des cas par la formation du minimum, qui est appliquée aux fonctions d'appartenance  $\mu_a(x)$  et  $\mu_b(x)$  des ensembles  $a$  et  $b$ , à savoir :

$$\mu_c = \min\{\mu_a, \mu_b\} \quad (\text{II.4})$$

Où  $\mu_a(x)$ ,  $\mu_b(x)$  et  $\mu_c(x)$  signifient respectivement le degré d'appartenance à l'ensemble  $a$ ,  $b$  et  $c$ . On parle alors d'opérateur minimum.

#### · Opérateur OU

L'opérateur OU correspond à l'union de deux ensembles  $a$  et  $b$  et on écrit :

$$c = a \cup b \quad (\text{II.5})$$

Il faut maintenant calculer le degré d'appartenance à l'ensemble  $c$  selon les degrés des ensembles  $a$  et  $b$ . Cela se redise par la formation du maximum. On a donc l'opérateur maximum.

$$\mu_c = \max\{\mu_a, \mu_b\} \quad (\text{II.6})$$

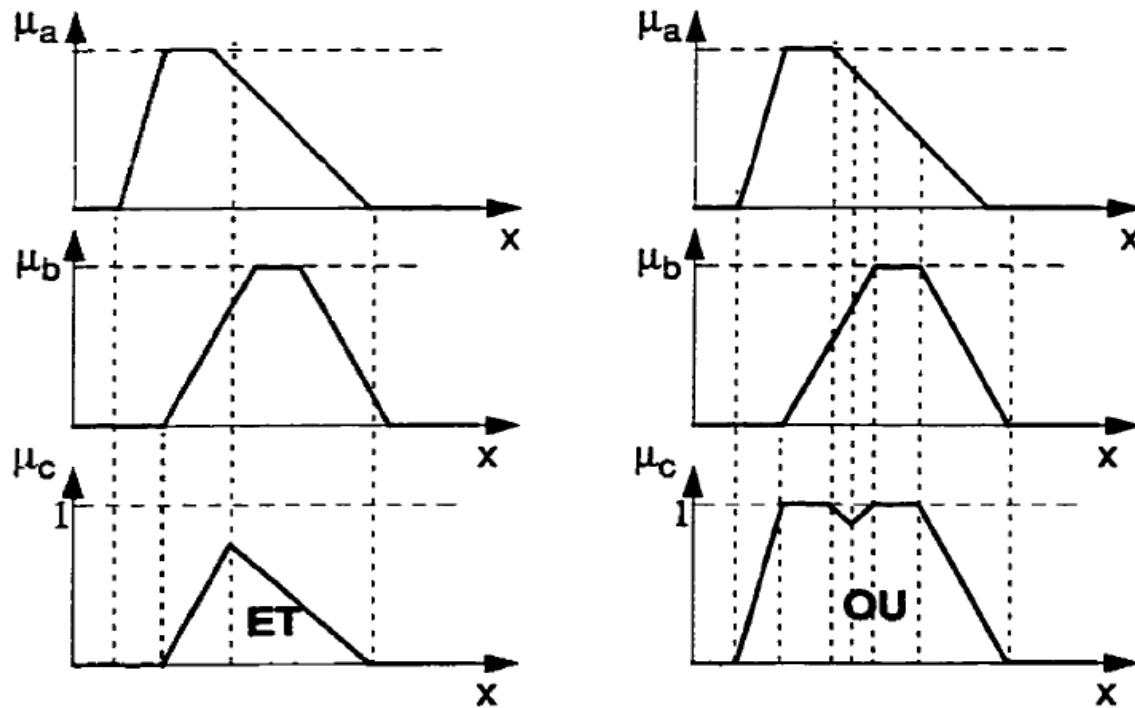


Figure II.3 Opérateur ET et OU

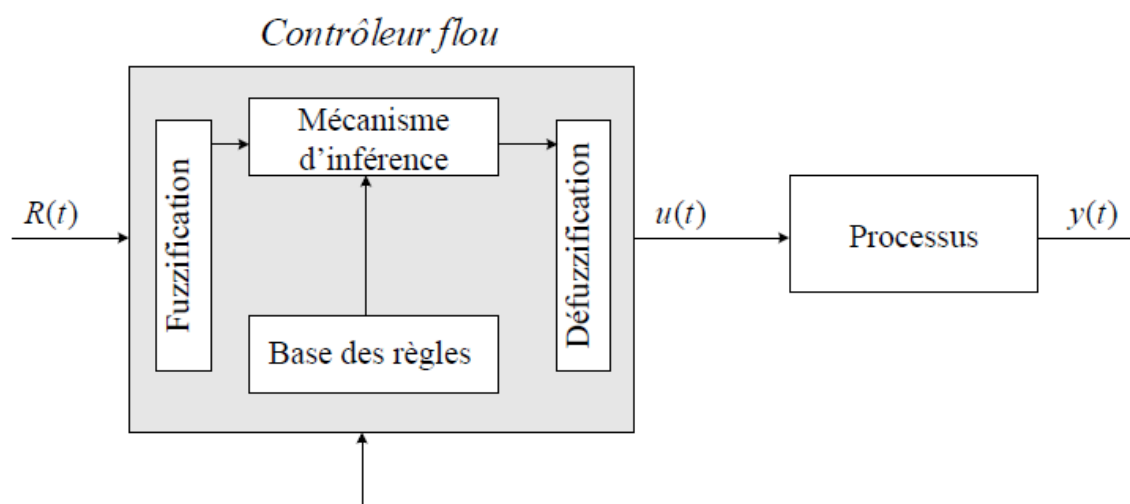


Figure II.4 Schéma général d'un contrôleur flou

$R(t)$  est le signal de référence ;  
 $u(t)$  est le signal de commande ;  
 $y(t)$  est la sortie du système à commander

### II.3.6 Contrôleurs flous

Les grandeurs de sortie d'un processus à commander et éventuellement d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus ainsi que les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou. Les variables de sortie de ce contrôleur sont les commandes à appliquer au processus.

Le contrôleur flou est constitué de quatre blocs principaux (figure II.5) : la base de connaissance, le système d'inférence, l'interface de fuzzification et l'interface de défuzzification. La base de connaissance est composée d'une base des données et d'une base de règles. La base des données contient des faits de la forme:  $x$  est  $A$  pour les variables linguistiques d'entrée et de sortie du contrôleur flou.

La base des règles contient des propositions de la forme si:  $x_1$  est  $A_1$  et  $x_2$  est  $A_2$  alors  $y$  est  $B$ . Elle caractérise la stratégie de commande émise par l'expert sous forme de règles linguistiques. Le système d'inférence est capable de raisonner à partir des informations contenues dans la base de connaissance et de faire des déductions.

Si  $B$  est une valeur linguistique, le contrôleur est dit de type Mamdani. Si  $B$  est une valeur numérique ou une équation mathématique, alors le contrôleur est dit de type Takagi-Sugeno.

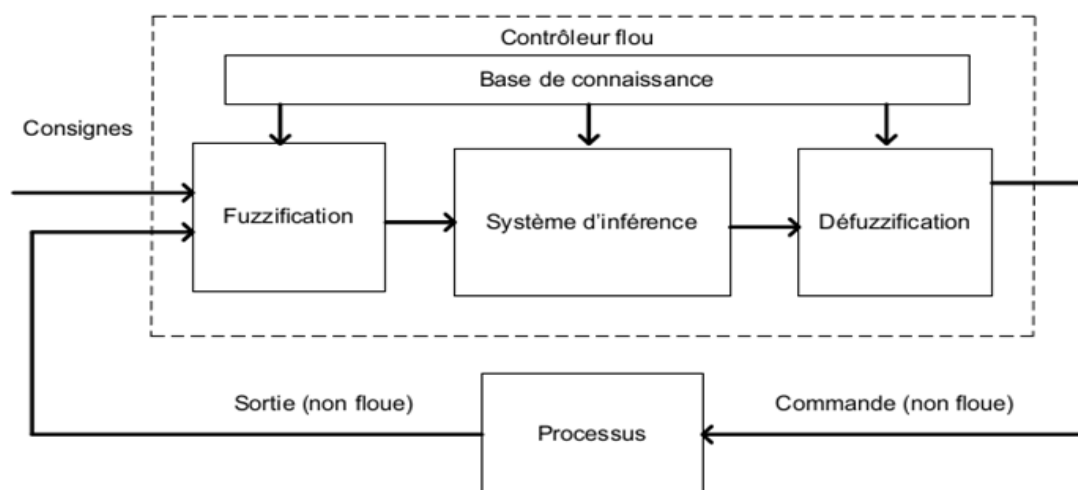


Figure II.5 : Schéma synoptique d'un contrôleur flou.

Un contrôleur flou passe généralement par les étapes suivantes :

- Choix de la stratégie de fuzzification.
- Etablissement de la base de règles.
- Choix de la méthode d'inférence.
- Choix de la stratégie de défuzzification.

La description de chacune de ces étapes est donnée ci-dessous

### II.3.6.1 Fuzzification

L'interface de fuzzification inclut les fonctions suivantes :

- Mesure des variables d'entrée.
- Représentation d'une cartographie d'échelle transférant la plage des variables d'entrée aux univers de discours correspondants.
- Transformation des variables d'entrée en variables linguistiques avec la définition des fonctions d'appartenance.

### II.3.6.2 Base de règles

Une base de règles floues est une collection de règles qui permet de lier les variables floues d'entrées et de sortie. La description de la commande se fait par l'intermédiaire de ces règles qui ont la forme suivante :

$$\text{si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } A_2 \text{ alors } y \text{ est } B$$

Où  $x_1$  et  $x_2$  et  $y$  sont les grandeurs physiques caractéristiques du système.  $A_1$ ,  $A_2$  et  $B$  sont les termes linguistiques. Le ET de conjonction est réalisé en effectuant le minimum entre les degrés de vérité des propositions floues  $x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } A_2$ .

### II.3.6.3 Moteur d'inférence

Elle permet de calculer l'ensemble flou associé à la commande et se fait par les opérations d'inférence floue et l'agrégation des règles. L'inférence floue repose sur l'utilisation d'un opérateur d'implication floue pour chaque règle à analyser. Cet opérateur quantifie la force de liaison entre la prémisse et la conclusion de la règle.

Soit la règle suivante: *si  $x$  est  $A$  alors  $y$  est  $B$* , l'inférence peut être exprimée mathématiquement par l'expression suivante :

$\mu'_B(y) = I(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$  où  $I$  désigne l'opérateur d'inférence. Il existe d'autres possibilités pour exprimer les inférences, à savoir par description linguistique, par matrice d'inférence ou par tableau d'inférence. Deux approches d'inférence sont couramment utilisées :

Implication de Mamdani:  $\mu'_B(y) = \min(\mu_A(x_0), \mu_B(y))$ .

Implication de Larsen:  $\mu'_B(y) = \mu_A(x_0) \cdot \mu_B(y)$ .

Pour générer une conclusion à partir de l'ensemble des règles actives, on procède à une agrégation de ces règles par un opérateur disjonctif. Ce qui revient à lier les règles par un opérateur OU.



### II.3.6.4 Défuzzification

Le traitement des règles d'inférence fournit une valeur floue. L'étape de défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur de commande précise à appliquer au processus.

Dans la littérature, il existe plusieurs stratégies pour réaliser cette opération telle que la moyenne des maxima, le centre des aires, le centre des maxima. La méthode de défuzzification par le centre de gravité est la méthode la plus utilisée en commande floue du fait qu'elle fournit intuitivement la valeur la plus représentative de l'ensemble flou issu de l'agrégation des règles.

Elle consiste à calculer le centre de gravité de la surface formée par la fonction d'appartenance résultante.

Dans le cas particulier de règles de Takagi-Sugeno où les conclusions sont polynomiales :

$$R^{(l)}: \text{si } x_1 \text{ est } A_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } A_2^l \text{ et ... et } x_n \text{ est } A_n^l \text{ alors } y = f^l(x_1, \dots, x_n).$$

## II.4 Application

\* Au Japon, la mise en œuvre de la commande floue est devenue un argument marketing, et l'on cite de nombreux exemples dans les biens de consommation :

- la machine à laver Panasonic
- la caméra vidéo Sanyo
- l'aspirateur Hitachi
- la télévision Sony
- la conditionneuse d'air Mitsubishi
- etc.....

\* La commande floue a également fait son entrée dans les processus industriels :

- l'automatisation de métro de Sandai en 1988
- l'automatisation de hauts fourneaux à Fos-sur-Mer et à Dunkerque en 1990
- l'automatisation d'une usine de fabrication de papier à TO Caima au Portugal en 1992
- le contrôle de niveau dans une usine de raffinage Elf en 1993
- dans le domaine de la robotique
- le contrôle d'un four de ciment pour la société danoise F.L Smidth
- le traitement des eaux
- les grues portuaires
- les métros
- les systèmes de ventilation et de climatisation
- le séchage de tuiles
- etc.....

## II.5 Conclusion

Les notions de base de la logique floue ont été présentées au début de ce chapitre. La logique floue est un paradigme efficace pour gérer l'imprécision. Elle peut être utilisée pour faire des observations floues ou imprécises pour les entrées et pourtant arriver à des valeurs claires et précises pour les sorties. En outre, le système d'inférence floue (SIF) est un moyen simple et de bon sens pour construire des systèmes complexes sans utiliser les équations analytiques.